DOI: 10.55344/andfh.2301092

ROCKENBAUER Antal

A gravitáció két arca az elliptikus és hiperbolikus geometriában

Az univerzum másodlagos tágulása

Absztrakt

A kepleron-elmélet a MOND-koncepció (Modified Newtonian Dynamics) továbbfejlesztése. Elvi alapja, hogy a határértékben nulla tömegű tér forgást végez a tömeg körül, ami görbületet hoz létre a téridő szerkezetében. A modell reprodukálja a klasszikus Newton erőn kívül a relativisztikus korrekciót is, amivel a Merkúr perihéliumának eltolódását lehet magyarázni. A relativisztikus többleterő az energiamegmaradás elvére vezethető vissza. A kepleron-elméletet összekapcsolható a nem-euklideszi geometriával. A tér cirkulációja elliptikus (Riemann) geometriát hoz létre, amely a tömegek között vonzást eredményez a galaxisok belsejében. Viszont a galaxisok közötti tér geometriája hiperbolikus (Bolyai–Lobacsevszkij), amiért a galaxisok taszítják egymást. Ez a taszítóerő egyrészt helyettesíti a sötét anyagot, másfelől megadja a sötét energia eredetét. A korai univerzum egycentrumú és elliptikus geometriai struktúrájú, amely a kezdeti nagy sebességű tágulás miatt szétszakad szeparált galaxisok halmazára. Az inflációs szakaszt követően a gravitációs visszahúzó erő eleinte lassítja a tágulást, de a multicentrumú univerzum kialakulása másodlagos táguláshoz vezet a galaxisok közötti taszítás dominanciája miatt. A jelenleg elfogadott kozmológia megengedi a fénynél is gyorsabb tértágulást, amiért az univerzum külső tartománya nincs kölcsönhatásban az általunk megfigyelhető régióval. A megfigyelhető univerzum határának inverziós sugárként való értelmezése becslést ad a kölcsönhatási zóna teljes tömegére, jó összhangban csillagászati megfigyelésekkel. A Hubble állandó fordítottan arányos a megfigyelhető univerzum csökkenő tömegével a gyorsuló tágulás koncepciójával egyezésben.

Bevezetés

A korábbi írásban („A sötét anyag nem létezik! A kepleron-koncepció") olyan kozmológia alapjait vázoltuk fel, amelyben nincs szükség sötét anyagra ahhoz, hogy magyarázatot adjunk azokra a csillagászati jelenségekre, amelyek kibújnak a klasszikus gravitációs elmélet keretei közül. Ilyen „kibújás", amely szerint a Tejút spirálkarjaiban a csillagok keringési sebessége nem csökken kifelé haladva, hanem állandó és akkora ez a sebesség, melynek centrifugális erejét a csillagászati becslésekből származó tömeg nem tudná visszatartani. Hasonlóan kevés a gravitációs erő ahhoz, hogy értelmezzük a csillaghalmazok központi sűrűségét, és magyarázzuk a gravitációs lencsék vártnál nagyobb intenzitását. A jelenlegi kozmológia a hiányzó stabilizáló erőt a láthatatlan sötét anyaggal magyarázza, melyet mintegy hatszor nagyobbra becsül a ténylegesen megfigyelhető anyaghoz képest. Erre a hipotézisre épül a jelenleg általánosan elfogadott sötét anyag koncepció, ami a Λ-CDM (Cold Dark Matter) elnevezést kapta. (Itt a hideg sötét anyag elnevezés azért került elő, mert különböző elméletek felvetették azt a lehetőséget is, hogy ez a megfigyelhetetlen sötét anyag forró is lehet, de későbbi megfontolások ezt nem támasztották alá.)

Az izraeli fizikus, Milgrom a sötét anyag hipotézise helyett egy új koncepcióval állt elő. Abból indult ki, hogy a gravitációs törvény csak kis távolságban érvényes. A csillagászati adatok, amelyeken a törvény alapul, a Naprendszerből származnak, de ennek külső határa nem éri el az egy fényévet sem, míg a Tejút kiterjedése közel százezer fényév. Vajon biztosak lehetünk benne, hogy ebben a hatalmas távolságban is azonosan csökken a gravitáció ereje? Mi van akkor, ha a vonzási erő nem R^2-tel arányosan csökken egy bizonyos határon túl, hanem R-rel? Az erő lassú eltűnése többletvonzáshoz vezet, ezzel magyarázva a megfigyelt anomáliákat. Milgrom fizikai okot nem jelölt meg elméletében, hanem illeszthető paramétereket vezetett be a gravitáció lefutásában, amit úgy választott meg, hogy számot adjon a vártnál nagyobb vonzóerőről. Az általa kidolgozott elmélet a MOND elnevezést kapta (Modified Newtonian Dynamics), amely elért néhány részsikert, de egyrészt több jelenség még további magyarázatra szorul, másrészt nincsenek tisztázva az elmélet fizikai alapjai. Ez okozza, hogy jelenleg a MOND-koncepciót nem tekintik a Λ-CMD-elmélet méltó versenytársának.

A gravitációs vonzással ellentétes jelenségbe ütközünk, amikor a Tejút határán is átlépünk, és magyarázatot keresünk a távoli galaxisok fényének frekvenciaváltozására. Ilyen vizsgálatot először Hubble végzett, és azt tapasztalta, hogy minél távolabb van tőlünk egy galaxis, annál inkább vörös felé tolódik el a fény színe. A fény hullámhosszának növekedését lehet úgy értelmezni, mint optikai Doppler-effektusjt, hiszen a távolodás a hullámok megnyúlását idézi elő. Vagyis minél nagyobb távolságra van tőlünk egy galaxis, annál nagyobb sebességgel távolodik. Ez a nevezetes Hubble-törvény, amit az $u = HD$ összefüggés ír le, amelyben D a Tejúttól mért távolság és H egy állandó mennyiség. De milyen erő okozhatja ezt a távolodást, talán valamiért taszítják egymást a galaxisok? Ez megint egy váratlan összefüggés, mert a gravitációs törvény csak olyan erőt ír le, amelyben a tömegek vonzzák egymást. A távolodás magyarázatához használja fel a jelenlegi kozmológia Einstein korábbi hipotézisét, a Λ kozmológiai állandót, amely az univerzumban mindenütt jelen van, és szerepe a gravitációs vonzás kiegyenlítése annak megakadályozására, hogy a csillagrendszerek egymásba zuhanjanak a vonzás miatt. Einstein ugyanis sztatikus univerzumban gondolkodott, amelyben a csillagrendszerek eloszlása lényegében változatlan, csupán a csillagok, planéták és egyéb csillagászati objektumok mozgásával kell számolni a galaxisokon belül, míg a galaxisok eloszlása alig változik. Az ilyen univerzum azonban nem lehet stabilis, mert az egyensúly könnyen felborul. Ezt elismerve Einstein maga is tévesnek nyilvánította a Λ kozmikus állandó bevezetését. Később mégis hasznosnak bizonyult ez a tag, mert értelmezni lehetett vele az univerzum tágulását. Így lett általánosan elfogadott a sötét anyagra és sötét energiára épülő Λ-CDM-kozmológia. Ebben a koncepcióban a sötét energia forrása nem az anyag, hanem a tér, annak belső tulajdonsága.

A korábbi írásban rámutattunk a Λ-CDM-koncepció gyenge pontjaira, és bemutattuk, hogyan kaphatunk konzekvens magyarázatot a kepleron-elv alapján. A mostani írásban két új szempontot emelünk ki: egyrészt összevetjük a Milgrom által javasolt MOND-elmélettel, másrészt geometriai magyarázatot adunk a gravitáció lehetséges két arcára. Ezen túlmenően kozmológiai kérdéseket is vizsgálunk a kepleron-koncepció alapján.

Mi a kepleron-elv?

Foglaljuk össze először a korábbi írásban bemutatott kepleron-elv lényegét! Itt két elv összekapcsolásáról van szó. Az egyik Einstein korszakalkotó gondolata, amikor a gravitációs erőt a téridő görbült szerkezetére vezeti vissza. Bevezetett egy tenzort, amelyet metrikus tenzornak nevezett el. Ez egy 4 * 4 dimenziós alakzat. A szokásos euklideszi térben, amit az idővel egészítünk ki, a metrikus tenzor egy négydimenziós egységmátrix. Amikor viszont görbült koordinátákat vezetünk be, már 16 tagot kapunk, de a tenzor szimmetriája miatt ebből csak 16 − 6 = 10 lesz független. A gyengén torzult geometriát úgy írjuk le, hogy a négy diagonális elem csak kismértékben tér el az egységtől, a nem diagonális elemek pedig kicsik. Hasonlítsuk össze Einstein és Newton mozgásegyenleteit! A Newton-egyenletben a három térkoordináta idő szerinti második differenciál hányadosa szerepel, melyet a tömeggel szorozva kapjuk meg az erő vektorát. Einstein egyenletében viszont a téridő négy koordinátáját kell kétszer deriválni valamennyi koordinátával (tehát nem csak az idővel), majd ezt egyenlővé tesszük az energiaimpulzus tenzorból származtatható erő dimenziójú kifejezéssel (ahogy például a potenciális energiából származtatjuk az erőt). A metrikus tenzor egyrészt közvetlenül szerepel a differenciál kifejezésekben, másrészt pedig implicit módon befolyásolja az energia-impulzus tenzor felépítését. Voltaképpen 10 független másodrendű nemlineáris differenciálegyenletet kapunk. Elvben az energiaimpulzus tenzor ismeretében meghatározhatjuk a metrikus tenzort, de a nehézség abból fakad, hogy ehhez már eleve ismertnek kell lenni a metrikus tenzornak, amikor felírjuk az energiát és impulzust. Ez okozza, hogy csak néhány nagyon egyszerű esetben tudjuk az Einstein-egyenletet megoldani. Legismertebb példa erre Schwarzschild megoldása gömbszimmetrikus esetben. Ebben a megoldásban a metrikus tenzor egyetlen komponense lép fel, amely gömbszimmetrikus.

A kepleron-koncepció célja, hogy a rendkívül bonyolult differenciálegyenlet helyett közvetlenül – egy egyszerű fizikai elv segítségével – jusson el a téridő görbületének gömbszimmetrikus komponenséhez. Azt a kérdést vetjük fel, hogy a tömeg hogyan és miért hoz létre görbületet a térben! Ezt úgy érjük el, hogy **a fizikai teret mint végtelenül kis tömeggel rendelkező objektumot képzeljük el!** Ez azt jelenti, hogy az *M* tömeg megforgatja maga körül a teret, melynek sebességét a Kepler-törvény szabja meg. Ezzel megfordítjuk a logikai sorrendet, mert egy megfigyelésen alapuló mozgástörvényből haladunk egy elvont koncepció felé, amikor a fizikai tér görbületét akarjuk meghatározni. A Kepler-törvény szerint *R* távolságban a centrumtól a *v* körsebesség négyzete:

$$v^2 = GM/R \quad (1)$$

Itt $G = 6{,}67 \times 10^{\ 11}\ \mathrm{m^3/kg \cdot s^2}$ az általános gravitációs állandó. Ez az összefüggés akkor érvényes, ha a keringő objektum *m* tömege elhanyagolható *M*-hez képest, ami természetesen teljesül, mert a térhez végtelenül kis tömeget rendeltünk. A forgás miatt nem-euklideszi geometria jön létre, annak következtében, hogy a forgó vonatkoztatási rendszer nem tekinthető inerciarendszernek. A relativitáselmélet Lorentz kontrakciós szabályának megfelelően a mozgás irányában a hosszúság

$$\beta = \sqrt{1-(v/c)^2} \tag{2}$$

mértékben lecsökken, ahol *c* a fénysebesség, viszont a mozgásra merőlegesen nincs változás. Itt fontos megjegyezni, hogy a kepleron esetén nem a szokásos körmozgásról van szó, amelynek van kitüntetett forgási tengelye. Ez egy olyan **cirkuláció,** amelyben minden tengelyirány egyformán valószínű, vagyis a tér **gömbforgást** végez a tömeg körül. Ebben a forgásmodellben a gömb $4R^2\pi$ felszínének csökkenéséről beszélünk, miközben a mozgásra merőleges *R* gömbsugár változatlan marad. A gömbfelszín és $4R^2\pi$ aránya egynél kisebb lesz, és ezt az eltérést definiáljuk mint a tér radiális (illetve Lorentz) görbületét:

$$RC = \frac{gömbfelszín}{4R^2\pi} - 1 \tag{3}$$

Az előző írásban a kör kerületének és sugarának arányát használtuk a görbület definíciójához, ezért ott a kettő arányának négyzete szerepelt RC definíciójában, matematikai szempontból nincs különbség a két definíció között. Mivel háromdimenziós terekben definiáljuk a geometriát és nem kétdimenziós síkban, így konzekvensebb leírást kapunk a gömb felszíne és sugara közötti arányra támaszkodva. Itt a korábbi íráshoz képest fordított előjelet választottunk a görbület számára, hogy eleget tegyünk a szokásos konvenciónak, amely szerint a vonzó potenciál negatív előjelű. Behelyettesítve a $\beta = \sqrt{1-(v/c)^2}$ Lorentz-kontrakciót, megkapjuk a radiális görbületet:

$$RC = -\frac{v^2}{c^2} \tag{4}$$

A kepleron-elv és a Newton-féle erőtörvény

A másik elv, amivel kiegészítjük az eredeti einsteini koncepciót, a részecskefizika kvantumelektrodinamikájából (QED) származik. A QED úgy értelmezi két elektromos töltés kölcsönhatását, hogy azt a kölcsönösen kibocsátott és elnyelt virtuális fotonok közvetítik. Ennek mintájára bocsát ki kepleronokat, vagyis térforgást az elemi részecskék tömege. Ezek a kepleronok annyiban hasonlítanak a fotonokra, hogy nincs tömegük és fénysebességgel terjednek, viszont jelentős a különbség is: a kepleronnak nincs saját energiája, és ezáltal kvantuma sem. A kepleron tehát nem rendelkezik a részecskék kvantált tulajdonságaival! A közvetítés azáltal jön létre, hogy a kepleroncirkuláció hatására görbületi felhő alakul ki tömeggel rendelkező fizikai objektumok körül, és amikor egy másik tömeg ebbe a felhőbe kerül, az a görbülettel arányos gravitációs energiára tesz szert. A jelenség hasonló, mint amikor egy elektromos töltés jelenik meg potenciálmezőben, csak jelen esetben az RC-görbület felel meg a potenciálnak, míg a töltés helyett tömeg szerepel. A dimenzió nélküli görbületből kiindulva úgy kapunk energia dimenziójú mennyiséget, ha azt szorozzuk a tömeg és energia ekvivalenciáját kifejező mc^2 kifejezéssel. Ennek megfelelően a gravitációs potenciális energia:

$$V_{gr} = RC \cdot mc^2 = -\frac{GMm}{R} \tag{5}$$

A szokásos definíció szerint a potenciális energia negatív gradiense adja meg az erőt, amely megfelel a Newton-törvénynek:

$$F_{gr} = -\frac{GMm}{R^2} \tag{6}$$

A relativisztikus korrekció származtatása a kepleron-elvből

Eddig bemutattuk, hogy a kepleron-elv sikeresen reprodukálja a Newton-törvényt. Felmerül a kérdés, hogy ez a koncepció képes-e reprodukálni azt a relativisztikus korrekciót is, amit Einstein közelítőleg, Schwarzschild pedig egzakt módon kimutatott, és ami által sikerült értelmezni a Merkur perihéliumát.

A következőkben kimutatjuk, hogy a relativisztikus korrekció tulajdonképpen az energiamegmaradás elvéből következik. Képzeljük el azt a helyzetet, amikor még nem került sor a bolygó, jelen esetben a Merkur befogására. Minden esetben, amikor két fizikai objektum között kötés alakul ki, ennek hatására az eredeti tömegek megváltoznak. Erre példa, amikor fúziós reakcióban létrejön a hélium atommag. Ekkor a tömeg lecsökken, ez a tömegdeficit lesz a forrása a felszabaduló hatalmas energiának. Ettől eltérően a bolygócsapdázás nem jár energiakisugárzással, viszont a két égitest között létrejön egy kötés, amelynek negatív az energiája, vagyis összességében energiacsökkenés következik be. De hová lett a Nap és a bolygó energiájának ez a része? A newtoni gravitációs energiafelfogás erre nem ad választ, mert nem veszi figyelembe a kötés hatására bekövetkező tömegváltozást. A relativitáselmélet kovariancia-törvénye viszont megfogalmazza a mozgó testek tömegnövekedési szabályát. Induljunk ki az *M* tömegű Naphoz kötött inerciarendszerből, amelyhez képest a közeledő bolygó sebessége *v*, és impulzusa $p = mv$. A két égitest együttes energiája:

$$E = (M' + m')c^2 = Mc^2 + \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} \approx (M + m)c^2 + \frac{p^2}{2m} \tag{7}$$

Itt *M'* és *m'* a befogás utáni két tömeg. A közelítés nagy pontossággal érvényes, mert a bolygó közeledési sebessége négy nagyságrenddel kisebb, mint *c*. Amikor a bolygó befogásra kerül, a keringő mozgás energiája az impulzusnyomatékkal adható meg:

$$E_{kin} = \frac{L^2}{2mR^2} \tag{8}$$

A kinetikus és potenciális energia közötti összefüggés keringő mozgáskor:

$$V_{pot} = -\frac{GMm}{R} = -2E_{kin} \tag{9}$$

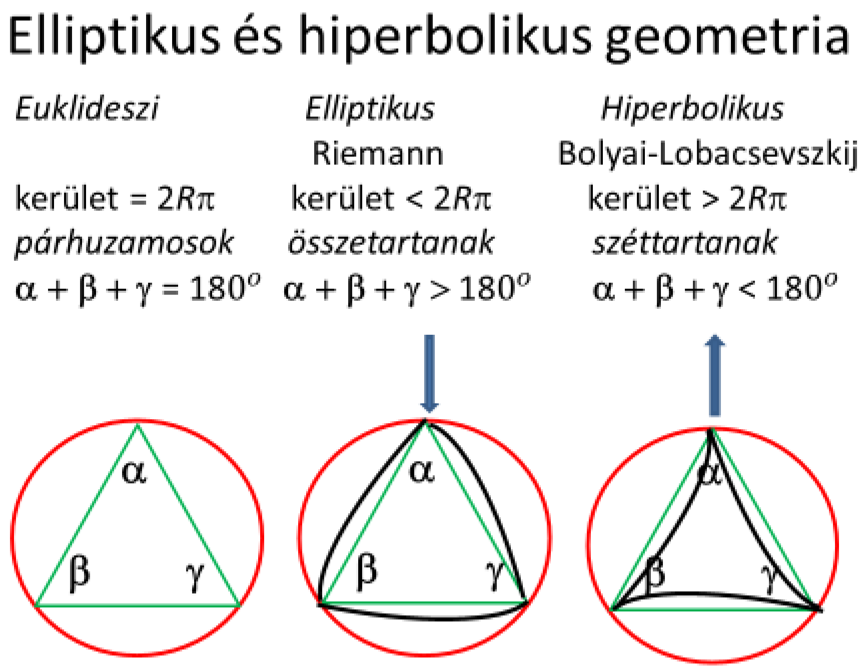
A V_{pot}/c^2 tömegnövekedéshez tartozó többlet gravitációs energia megegyezik a Schwarzschild által levezetett korrekcióval:

$$V_{rel} = -\frac{GML^2}{mc^2R^3} \tag{10}$$

Tehát a Naprendszeren belül az égitestek mozgását a kepleron-elv ugyanolyan pontossággal írja le, mint az Einstein-egyenlet, más szóval, a kepleron-elv ekvivalens az einsteini koncepcióval, amikor gömbszimmetrikus a kölcsönhatás. Meg kell jegyezni, hogy rendkívül kis távoságokban és extrém tömegviszonyok között az Einstein-egyenletben szingularitások lépnek fel. Ezek fontosak lehetnek például a LIGO-kísérleteknél, melyek távoli galaxisok belsejében fekete lyukak összeolvadásakor jönnek létre. Ezzel viszont nem kívánunk foglalkozni, mert célunk a gravitációs törvény vizsgálata a galaxisok méretét messze meghaladó távolságok esetén. A kepleron-elv annyiban korlátozott érvényű, hogy csak egyetlen komponenssel, a radiális görbülettel jellemzi a tér szerkezetét, szemben az Einstein-metrika 16 elemével. Ez nem jelent korlátozást az atomi szintű gravitációs elméletben, mert gömbszimmetrikus rendszerben irányfüggő tagok nem lépnek fel. Áttérve makroszkopikus objektumokra az atomi eredetű görbületek összegződnek, ilyenkor a metrikus tenzor szerkezete az objektum alacsonyabb szimmetriájához igazodik. Viszont abban a tartományban, ahol nagy a távolság a galaxisok centrumától, az anizotrópia már nem játszik alapvető szerepet.

Gravitáció és elliptikus geometria

Einstein koncepciója szerint a gravitációs erő forrása a nem-euklideszi geometria görbületi struktúrája. Ez előtérbe helyezi a kérdést, hogy milyen görbült geometriák léteznek. Két alaptípusról beszélhetünk: az egyik az elliptikus, vagy Riemann geometria, a másik a hiperbolikus, azaz Bolyai–Lobacsevszkij geometria. Ha kétdimenziós (2D) sík-geometriára szorítkozunk, a párhuzamosokra vonatkozólag kétféle axiómát adhatunk meg az euklideszi geometriához képest: az egyikben a párhuzamos egyenesek a végtelenben összefutnak, a másikban szétválnak egymástól. A szokásos háromdimenziós (3D) térben egyenesek helyett síkokról beszélünk. A kétféle geometriát megkülönböztethetjük a háromszög szögeinek összege alapján: az elliptikusban ez több mint 180 fok, illetve radiánban π, a hiperbolikusban pedig kevesebb. Ezzel egyenértékű különbséget kapunk, ha a kör kerületét hasonlítjuk össze az átfogóval: elliptikus geometriában az arány kisebb, mint π, viszont hiperbolikusban nagyobb. A 3D térgeometriában a gömb felületét vetjük össze az átfogó négyzetével, ekkor szintén a π-nél kisebb arány jellemzi az elliptikus, és a nagyobb a hiperbolikus geometriát. Az 1. ábra hasonlítja össze a három említett geometriát.



1. ábra: Az elliptikus és hiperbolikus geometria összehasonlítása az euklideszivel. A kék nyíl mutatja, hogy a kör kerületének összehúzása kitágítja a beleírt háromszöget, széthúzása viszont keskenyíti

Kepleron-forgások esetén a Riemann-geometria feltételei teljesülnek, ezért a gravitációs vonzás einsteini elméletében központi szerep jut az elliptikus geometriának. Az Einstein-egyenlet tenzor kalkulusa is Riemanntól származik.

Hubble tágulási törvénye és a hiperbolikus geometria

Annak birtokában, hogy a Lorentz-kontrakció révén származtatni tudjuk a gravitációs erőt, már továbbléphetünk a tér egy másik önmozgására, amit a Hubble-féle tágulási törvény ír le. E szerint a galaxisok távolodási sebessége arányos a közöttük lévő D távolsággal, azaz $u = HD$. Ez a mozgás is megőrzi a gömbszimmetriát, hasonlóan a kepleron-cirkulációhoz. A térrel együtt a kepleronok sugara is növekszik, de ennek hatása a térgörbületre fordított a körforgáshoz képest: ekkor a sugarat csökkenti le a kontrakció, míg a kerület hossza (illetve a gömb felszíne) változatlan marad! Emiatt a térgörbület előjele pozitív lesz, melynek nagysága a (2) és (3) egyenlet alapján:

$$RC = \frac{u^2/c^2}{1-u^2/c^2} \qquad (11)$$

A pozitív görbület miatt a tömegek között egyrészt taszítóerő lép fel, másrészt hiperbolikus lesz a geometria. **A taszítóerő fellépésének tehát geometriai oka van.** Az univerzumban több száz milliárd galaxis létezik, mindegyik egy-egy elliptikus geometriájú tartomány. Viszont a zárt elliptikus tartományokat hiperbolikus tér veszi körül, mert a negatív görbületeket pozitív görbület köti össze, ahogy a dombokat és hegyeket is völgyek választják szét.

A galaxisok közötti taszítást kepleronok közvetítésével írjuk le, melyek intenzitása arányos a kibocsátó *M* tömeggel, és csökken a távolság négyzetével, azaz

$$Intenzitás = \frac{GM}{D^2} = \frac{GMH^2}{u^2} \tag{12}$$

Az (5), (11) és (12) egyenletek felhasználásával kapjuk meg az M_1 és M_2 tömegű galaxisok közötti taszítóerőt:

$$F_{agr} = \frac{GM_1M_2H^2}{1-u^2/c^2} \tag{13}$$

A (13) egyenlet tárja fel a galaktikus taszítás különös tulajdonságát: **az antigravitációs erő nem csökken a galaxisok távolságával,** és ráadásul, amikor a sebesség közel kerül *c*-hez, a taszítóerő még növekszik is. Bár két kiválasztott galaxis között nagyon gyenge a taszítás, de a kölcsönhatás távolságtól való függetlensége miatt a hatalmas számú galaxis összesített taszítási energiája mégis rendkívül nagy lesz.

Inverziós távolság

A kepleron-modell helytállóságát az mutatja, hogy kvantitatív egyezéseket kapunk csillagászati adatokkal. Az alapkérdés, hogy milyen távolságban következik be a gravitációs vonzás átlépése antigravitációs taszításba. A tömeg körüli cirkuláció az egyik irányba, a Hubble-törvény szerinti tágulás a másik irányba görbíti a teret, így a vonzás akkor megy át taszításba, ha az *u* tágulási sebesség már eléri a *v* keringési sebességet. Az *u* = *v* feltétel határozza meg az *ID* inverziós sugarat:

$$R^3{}_{ID} = \frac{GM}{H^2} \tag{14}$$

Mekkora ez az inverziós távolság a Tejút esetében? A Tejút tömegére közölt csillagászati becslés M = 2,3 x 10^{42} kg, a Hubble-állandó értéke a legújabb mérések szerint H = 70 (km/s)/Mpc = 2,3 x 10 ^{18}1/s. Felhasználva ezeket az adatokat, megkapjuk az inverziós sugarat:

R_{ID} = 1 Mpc = 3,26 millió fényév

Ez az érték némileg túlbecsült, mert a Tejút tömegébe beleszámították a feltételezett sötét anyagot is, márpedig a kepleron-elv ezt nem teszi szükségessé, mivel a több száz milliárd galaxistól érkező kompresszió helyettesíti a sötét anyagot. Levonva a sötét anyag tömegét, a Tejút inverziós távolsága hozzávetőleg 2 millió fényév.

Az inverziós távolság nagyságrendjének különös a jelentősége, mert egyfelől jóval nagyobb, mint a galaxisok mérete (a Tejút hossza nem éri el a százezer fényévet), másfelől kisebb a galaxisközi távolságoknál. A Tejúthoz legközelebbi galaxis, az Androméda-köd 2,5 millió fényévre van, tehát közel van a vonzást és taszítást elválasztó távolsághoz. A galaxisok egymáshoz képesti sebessége csak 10 millió fényév távolság felett követi a Hubble-törvényt, ebben a távolságban a Hubble-sebesség meghaladja a 200 km/s értéket, ami a véletlenszerű galaxismozgás sebességének felel meg. Az Androméda-köd közeledése a Tejúthoz tehát nem a két galaxis közötti vonzás következménye, hanem véletlenszerű jelenség. Az olyan méretű galaxishalmaz, mint a Lokális Csoport, akkora össztömeggel rendelkezik, hogy az antigravitációs taszítás már szisztematikus távolodásra kényszeríti a többi galaxist.

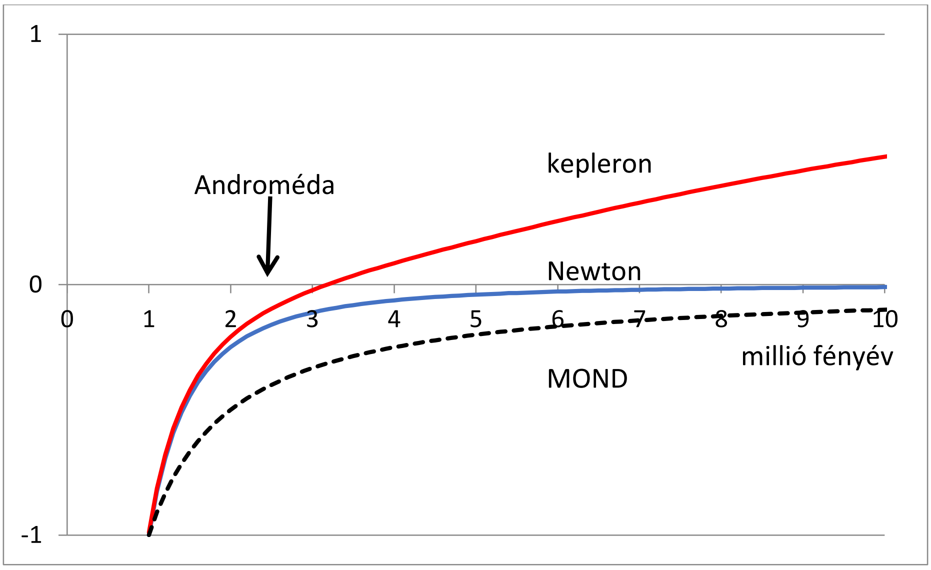
A galaxisok millió fényév nagyságrendű inverziós sugara egyúttal az antigravitációs taszítás felbontóképességét is meghatározza. A kompressziós és forgató hatást olyan objektumokra fejti ki, melyek mérete összemérhető az inverziós sugárral, ezért fontos szerepet játszik a galaxisok és galaxishalmazok szerkezetében, mozgásaiban, de nem befolyásolja az ehhez képest kis csillagászati objektumok, például a Naprendszer belsejének gravitációs viszonyait.

A kepleron erőtörvény

A kepleron erőtörvényben együtt jelentkezik a tér két alapmozgásának hatása, amit a *v* cirkuláris és az *u* tágulási sebesség határoz meg. A két térmozgás ellentétes irányban változtatja meg a radiális görbületet. Az együttes kifejezés:

$$F_{kepleron} = \frac{GMm(u^2 - v^2)}{(u^2 R_{HS}^2 + v^2 R^2)(1 - u^2/c^2)} \tag{15}$$

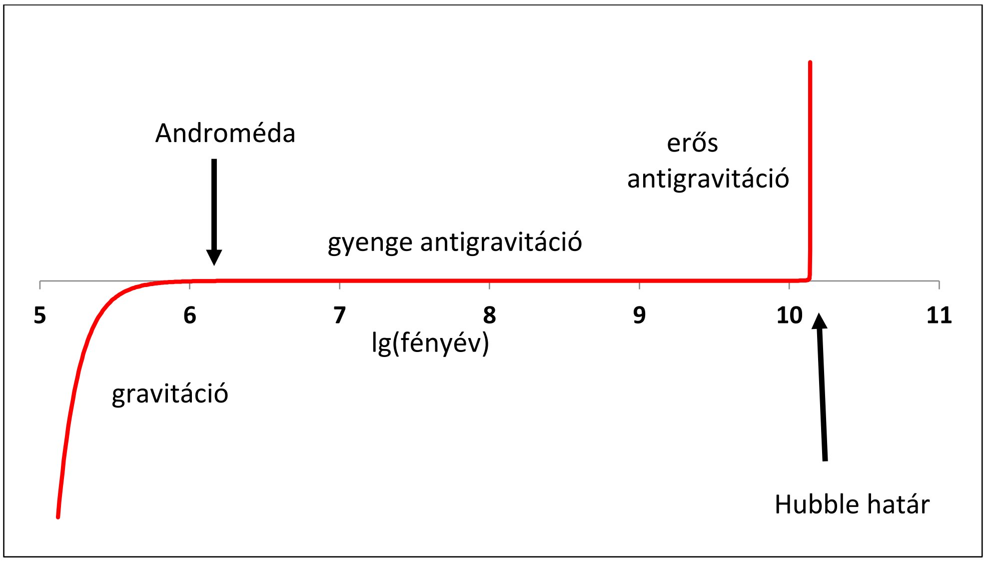
A kifejezésben $R_{HS} = c/H$ az univerzum Hubble-határa, ekkora távolságot fut be a fény az Ősrobbanás óta, ezt a távolságot tekinthetjük az univerzum kölcsönhatási sugarának, ami ezen kívül esik, már nem gyakorol közvetlen hatást a Tejútból látható világra. A 2. ábrán összehasonlítjuk, hogy a Tejút centrumában összesített *M* tömeg mekkora erővel hat az onnan *R* távolságban lévő *m* tömegre a Newton-, a MOND- és a kepleron-elmélet szerint.



2. ábra: A három erőtörvény összehasonlítása a Tejút centrumából kiindulva millió fényév egységben. Fekete szaggatott: MOND; kék folytonos: Newton; vörös, folytonos: kepleron-modell. A negatív tartomány vonzásnak, a pozitív taszításnak felel meg.

Az ábra világosan mutatja, hogy a MOND-koncepcióban a vonzóerő lassabban csökken, mint a Newton-törvényben, míg a kepleron-modell szerint gyorsabb a csökkenés, és hozzávetőleg az Androméda távolságában a vonzás átmegy taszításba.

A 3. ábra mutatja, hogyan változik a kepleron erő, ha az univerzum határáig terjesztjük ki a horizontot. Itt célszerűségi okból logaritmikus skálát használunk fényév egységben megadva.



3. ábra: A kepleron erő változása a Tejút centrumából indulva az univerzum Hubble-határáig. A távolság fényévlogaritmusban szerepel. A negatív tartomány vonzásnak, a pozitív taszításnak felel meg.

Mivel gyakorlatilag az összes galaxis taszítja egymást, az univerzum tágulásának energiája, amit a mai kozmológia sötét energiának nevez, a galaxisok teljes tömegétől függ. Mindegyik galaxispár járuléka tömegükkel arányos, kivéve azokat a párokat, melyek egymástól *c*-hez közeli sebességgel távolodnak. Ahogy az látható az ábrából, az utóbbiak között kiugróan nagy az antigravitációs taszítóerő. Ezek hatása nélkül az univerzum taszítási energia megegyezne a galaxisok összesített Mc^2 energiájával. A mai kozmológia viszont 5%-ra becsüli a sötét anyag és 70%-ra a sötét energia mennyiségét az univerzumon belül. Ez arra utal, hogy domináns szerepet játszanak az energiamérlegben az egymáshoz képest *c*-hez közeli sebességgel távolodó galaxisok, ez azt jelenti, hogy az ősrobbanás energiája meghatározó jelentőségű a mai univerzumban is.

Fizikai objektumok inverziós sugara

Az atommagok belsejében az erős kölcsönhatás tapasztja egybe a nukleonokat, a neutronokat és a protonokat, ezek hatótávolsága 10^{-15} m körül van. Az atomokat molekulákká az elektromágneses kölcsönhatás kvantummechanikai effektusai kötik össze, amely kondenzált anyagokban 10^{-10} m távolságban tartja együtt az atomokat és molekulákat. A pozitív és negatív töltések egymást kiegyenlítő hatása miatt egy további erő, a gravitáció építi fel a nagy méretű csillagászati objektumokat, a bolygók és csillagok rendszerét. A kepleron-koncepció szerint azonban a gravitációs vonzás is véges hatókörű, melynek sugarát a (14) egyenlet szerint a tömeg köbgyöke határozza meg. Ebből kiszámítható, hogy mekkora az a távolság, amelyen belül a különböző fizikai objektumok vonzzák egymást, még ha ez a vonzóerő elemi részecskék és atomok között csak jelképes nagyságú. Az inverziós távolság 1 cm elektron, 20 cm hidrogénatom, 1 m közepes méretű atomok esetén. Ez azt jelenti, hogy kondenzált anyagokban az atomok távolsága tíz nagyságrenddel kisebb az inverziós sugárnál. Ennek azért van jelentősége, mert ilyen körülmények között a térgörbületek pontosan fedik egymást, és ennek folytán a makroszkopikus objektum gravitációs ereje arányos lesz a benne lévő atomok össztömegével, az inverziós sugár pedig ennek köbgyökével növekszik. Voltaképp ez a jelenség húzódik meg Eötvös Loránd torziós ingával végzett méréseinél, mellyel bizonyította a tehetetlen és gravitáló tömeg arányosságát. A szabály azonban csak addig érvényes, amíg az objektumok közötti távolság kisebb az inverziós sugárnál, ezért nem érvényes például a galaxisközi térben, ahol a hidrogénatomok ritkasága miatt a közöttük levő távolság nagyobb, mint 20 cm. A Tejút csillagközi terében már jóval nagyobb a hidrogénatomok sűrűsége, ezért galaxisunk egységesen gravitációval összekötött csillagászati objektumnak tekinthető, hozzátéve azonban, hogy stabilitásához hozzájárul a külső antigravitációs kompresszió is. A Tejút csillagjainak többsége 1000 fényévnél nagyobb inverziós sugárral rendelkezik, emiatt tekinthetjük a spirálkarokat gravitációsan összekötött csillaghalmazoknak.

Az univerzum teljes tömege

Érdekes következtetéshez jutunk, ha az inverziós sugár elvét az egész belátható univerzumra alkalmazzuk, ugyanis a Hubble-sugár hasonló szerepet játszik, mint az inverziós sugár: mindkét eset azt a határt adja meg, amelyen túl már megszűnik a gravitációs vonzás. Az $R_{HS} = R_{ID}$ elvet alkalmazva, becslést kapunk a belátható univerzum teljes M_U tömegére:

$$M_U = \frac{c^3}{GH} = 1{,}74x10^{53}\mathrm{kg} \quad (16)$$

Az így kapott érték újabb kvantitatív megerősítést ad a kepleron-koncepcióra. Ugyanis összevetve ezt a tömeget a Tejút tömegével, több mint százmilliárd galaxis létezésére következtethetünk, ez a szám pedig megfelel annak, amire a különböző csillagászati felmérések jutottak. A (16) egyenletből levonható másik fontos következtetés, hogy a Hubble-állandó fordítva arányos a belátható univerzum tömegével. A jelenleg elfogadott kozmológia szerint az R_{HS} beláthatósági határon kívül is vannak galaxisok, melyek távolodási sebessége meghaladja *c*-t. Ez viszont azt jelenti, hogy a határon lévő galaxisok kiléphetnek a kölcsönhatási zónából, vagyis csökkenőben van az M_U tömeg, és emiatt gyorsul a tágulás. Ez is egyezésben van a csillagászati megfigyelésekkel.

Kozmológiai kitekintés

Az Ősrobbanás elvére alapozott kozmológia szerint az univerzum korai korszakában óriási volt az anyagsűrűség, melyet szétrepített a kezdeti robbanás kinetikus energiája. Az ősi univerzum ezért egycentrumú volt, melynek szerkezetét elliptikus geometriával írhatjuk le, vagyis antigravitációs taszítással ekkor még nem kell számolni. Ugyanakkor viszont a gravitációs erő rendkívül nagy volt. Ennek mozgást fékező szerepét nem akadályozza meg az sem, ha az univerzum frontvonala a fénynél is gyorsabban terjed, hiszen a szomszédos objektumok közötti relatív sebesség a kritikus tényező, amely viszont alatta marad a fénysebességnek. A tágulás során fokozatosan kialakulnak elkülönült csillagászati alakzatok, melyek szeparációja már átlépi az inverziós határt, és létrejön az a multicentrumú univerzum, melyben az elliptikus tartományokat már hiperbolikus térgeometria foglalja magába. Ez vezet a másodlagos táguláshoz, melynek dinamikáját a galaxisok közötti taszítóerő biztosítja, ez felel meg a jelenlegi kozmológiában a sötét energiának.

A csillaghalmazok gigászai, a galaxisok olyan anyagtömörülések, melyek elemeit a gravitációs erő köti össze, de a rendszer stabilitását nagymértékben növeli a többi galaxis taszító hatásából felépülő kompresszió. Ez a külső kompresszió azonban inhomogén és anizotrop, más és más az univerzum különböző régióiban, ami megmutatkozik a galaxisok sokféle típusában. Ahol az anizotrópia erős, a forgatónyomaték révén forgásba jönnek a csillaghalmazok, kialakul a spirális szerkezet; ahol gyengébb a forgató hatás, gömbhalmazok jönnek létre, melyekben a kompresszió a nagy belső anyagsűrűségben nyilvánul meg. A galaxisokból szuperstruktúrák is kialakulnak, melynek szervező ereje szintén a kompresszió. Ez a külső kompresszió hozza létre a galaxisok alkotta fonalas és lemezes struktúrákat. A kompresszió inhomogenitása anomális sebességű száguldásra is kényszeríthet egyes galaxisokat. Erre példa, hogy a Tejút 600 km/s sebességgel mozog a Centaurus csillagkép felé. A kompressziós-elv mellett szól, hogy nem kell a Tejútnál milliószor nagyobb, mégis megfigyelhetetlen „Great Attractor" hipotézisét erőltetni, hiszen a galaxisok régiófüggő taszító hatása kézenfekvő magyarázatot kínál.