

Miért gömbszerűek az égitestek?

Absztrakt

A Newton által megfogalmazott gömbhéj tétel alapján kimutatható, hogy a homogén sűrűségű gömbökben a gravitációs forgások koherenciában vannak. A koherencia szabályával kiegészítve a bolygók és csillagok képződési elméletét (SNDM), magyarázat adható arra a kérdésre, hogy miért gömb alakzatúak a bolygók és csillagok. A naprendszer egyes bolygóinak tulajdonságait a forgási és perdületi viszonyok alapján elemeztük.

1. Bevezetés

Akár a Földre, a Holdra vagy a Napra gondolunk, gömbszerű testet képzelünk el, de ez igaz a Naprendszer valamennyi bolygójára, sőt a távoli csillagokra is. Persze egyik égitest sem tökéletes gömb, pontosabb ellipszoidról beszélni, amely kissé megnyújtott a forgási síkban. A lapultság mértékét egy aránnyal adjuk meg, amely összeveti a két sugár különbségét a sugarak hosszával. Kőzetbolygók esetén, ilyen a Föld is, ez az arány kicsi, például 1:300 Földünk esetén, de már jelentősebb a két gáz-halmazállapotú óriásbolygónál, 1:16 a Jupiter és 1:10 a Szaturnusz esetén. Nagyon kis mértékben lapított a Nap, itt egy a millióhoz az arány. Az arány a bolygók szerkezetét tükrözi, mert a szilárd földkéreg kevésbé enged a forgás centrifugális erejének, összevetve a gáz-halmazállapotú bolygókkal.

De miért alakulnak ki a gömbszerű égitestek, kivéve persze a parányi meteoritokat és üstökösöket? Erre könnyű a válasz, ugyan miért is lennének más formájúak, például korongok, vagy lemezformájúak, hiszen a gravitációs erő is gömbszimmetrikus. Igen ám, de csak akkor gömbszimmetrikus a gravitáció, ha eleve gömb alakú testről van szó, amikor a test szimmetriája alacsonyabb, a gravitációs erő is irányfüggést mutat.

2. Gondolatkísérlet

Mielőtt a címben feltett kérdésre megadnánk a választ, végezzünk el egy gondolatkísérletet. Az R sugarú Föld belsejében hozzunk létre egy üreget, ami teljesen körbeér, és a Föld centrumától r távolságban van. Indítsunk el egy rakétát ebben az üregben! Mekkora sebességgel kell elindítani ezt a rakétát, hogy körözni tudjon ebben az üregben? Ehhez azt kell tudni, hogy mekkora lesz a gravitációs erő r távolságban a centrumtól. A tömegsűrűség nem azonos a Föld belsejében, a külső kéregben $2,7 \text{ g/cm}^3$, a centrumban felmegy 13 g/cm^3 körüli értékre, de most ettől tekintsünk el, és használjunk egy olyan modellt, ahol végig azonos a sűrűség, a Föld esetén ez $5,514 \text{ g/cm}^3$.

A Föld felszínén az m tömegre ható gravitációs erő:

$$F_{gr} = g \cdot m = \frac{GMm}{R^2} \quad (1)$$

Itt $R = 6378$ km a Föld sugara, $M = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg a tömege és $G = 6,673 \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$ az általános gravitációs állandó. Innen számolva $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ nehézségi gyorsulást kapunk a Föld felszínén. Ezt az összefüggést úgy is megkaphatjuk, hogy az M tömeget a Föld középpontjában helyezzük el. Ez az ún. gömbhéj tétel, melyet eredetileg Newton állított fel.¹ A tételnek van egy második szabálya is, amely szerint egy üres gömbhéj belsejében bárhová elhelyezett testre nem hat gravitációs erő. A tétel levezetésének kulcslépése, hogy integrálásnál a gömb felülete r^2 -tel arányos, amit éppen kiegyenlít a gravitációs erő r^2 -tel arányos csökkenése. Az erő számításában azonban szerepet játszik a sűrűségeloszlás is, amikor a Föld belsejében keressük a gravitációs vonzóerő változását, de gondolatkísérletünkben ettől most eltekintünk. A felettünk lévő rétegek felfelé húznak, az alattunk lévők lefelé, a középpontban épp kiegyenlítik egymást az erőhatások, ezért ott súlytalansági körülmények vannak. Az említett két héjtétel alapján kimutatható, hogy az erő arányosan növekszik a centrumtól való r távolsággal, azaz

$$F(r) = \frac{GMm}{R^2} \cdot \frac{r}{R} = \frac{GMm}{R^3} \cdot r \quad (2)$$

Az összefüggés egyaránt reprodukálja az $r = R$ esetén a felszíni gravitációs erőt, és a centrumban a nulla gravitációt.

3. A gravitációs koherencia törvénye

Keringőmozgás akkor jön létre, ha ez az erő éppen kiegyenlíti a centrifugális erőt:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GMmr}{R^3} \quad (3)$$

Vagyis

$$\omega^2 = \frac{v^2}{r^2} = \frac{GM}{R^3} = \frac{4\pi}{3} G\rho \quad (4)$$

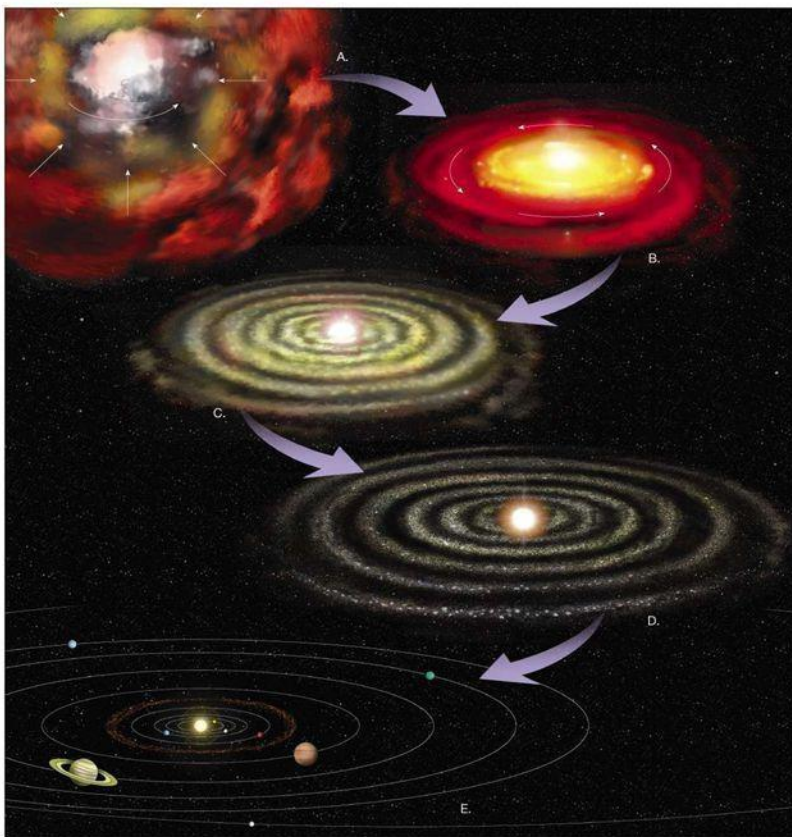
Az összefüggés azt fejezi ki, hogy a keringés ω körfrekvenciája nem változik, ha az r sugár kisebb a Föld R sugaránál, és kizárólag a gömb anyagának ρ sűrűségétől függ!

Bár csupán egy gondolatkísérletből indultunk ki, a nyert eredmény kulcsfontosságú az égitestek kialakulása szempontjából. Eljutottunk ugyanis egy olyan törvényhez, amely megmagyarázza gömb alakú gázformációk létrejöttét. Ezt a törvényt nevezhetjük a gravitációs mozgás koherenciaelvének is. A kozmológia turbulens mozgású és nagy sűrűségű molekuláris gázok és porok kondenzációjával magyarázza az égitestek kialakulását.¹ A hidrogéngáz a leggyakoribb kiindulási anyag, de feltételezhető nagyobb rendszámú molekulák részvétele is, mindenekelőtt a kőzet- és a „jég”-bolygók esetén. Erre

Naprendszerünk is példát mutat, ahol kizárólag a két óriásbolygó, a Jupiter és a Szaturnusz épül fel hidrogénből és héliumból, míg a Neptunuszt és Uránuszt jégbolygónak tartják, melyeket közepes molekulatömegű vegyületek alkothatnak, míg a kőzetbolygókban, így a Földben is, fellelhetjük a periódusrendszer összes elemét.

4. A csillagok és bolygók képződésének kozmológiai elmélete

Molekuláris gázok vagy porok örvényszerű mozgása lehet a csillagok és bolygók képződésének kiindulópontja, melyek centruma indíthatja el a kondenzációt. A nebuláris hipotézis szerint² létrejöhet egy korong szerkezetű „előcsillag”-állapot, amely emlékeztet a Szaturnusz gyűrűire egy központi maggal. Az elmélet alapjait még Immanuel Kant rakta le 1755-ben, hogy magyarázza a Naprendszer kialakulását, és elméletét Pierre Laplace fejlesztette tovább 1796-ban. Az elmélet elsősorban a bolygók pályamozgásait kívánja értelmezni, esetünkben azonban a keringési pályák helyett a gömb alakú égitestek kialakulására helyezük a hangsúlyt. A jelenlegi kozmológia széles körben elfogadott elmélete Viktor Szafronov munkásságán alapul,³ akinek erről szóló műve 1969-ben jelent meg orosz nyelven. Ezt nevezzük a szoláris nebula-diszk modellnek (Solar Nebular Disc Modell, SNDM).



Copyright © 2005 Pearson Prentice Hall, Inc.

The nebular hypothesis

The solar nebula (gas) contracted, cooled and condensed into dust sized particles that accreted (stuck together as the result of collisions) into protoplanets (asteroid sized bodies) and then larger planets

<http://meteorites.asu.edu/>

1. ábra. A bolygóképződés SNDM modelljének szakaszai

5. A gázfázis alaptulajdonságai

Kiindulásként elfogadva ezt a modellt, vessük fel a kérdést, hogyan alakul át a diszk lemezstruktúrája gömb alakba? Először a gázfázis tulajdonságait nézzük meg! Ebben a halmazállapotban a gázmolekulák között nem működik olyan kölcsönhatás, amely egybekapcsolná a komponenseket, hanem szétpattannak ütközéskor. Gravitációs erőterben, például ahogy a levegő körülveszi a Földet, nem ragadnak hozzá a földkéreghez sem, hanem visszapattannak onnan is, ami lendületváltozást, azaz **felületre gyakorolt erőt** – vagyis nyomást – idéz elő. A Föld gravitációs ereje minden egyes molekulát lefele húz, de ennek hatása nem szabadesés, mert az ütközések megtörik a szabad mozgás útját, és kialakul egy egyensúlyi állapot. Ebben az állapotban az alsó rétegek tartják maguk felett a magasabb rétegek összegzett súlyát, ezáltal alakul ki a lefelé növekvő nyomás. De létrejöhét-e olyan gázfázisú alakulat, amit nem egy külső gravitációs erő tart egyben? A kérdésre adható válasz vezet el a csillag és a bolygó kialakulása folyamatának megértéséhez.

6. A koherencia és az SNDM modell

Térjünk vissza a gondolatkísérlet kapcsán megfogalmazott koherencia elvéhez! Ennek lényege, hogy olyan forgás jön léte, ahol a kerületi sebesség arányos a forgási tengelytől mért távolsággal, vagyis $v = \omega \cdot r$, ahol ω a forgás körfrekvenciája. Ez a szabály egészen természetes, ha szilárd testet, egy kereket vagy gömböt forgatunk meg, mert ekkor a forgatás során a merev test egyben marad, és a forgási tengelytől való távolsággal arányos az egyes pontok sebessége. Itt viszont gázrendszerben létrejövő forgásokról van szó! Az SNDM modell szerint a kaotikusan mozgó molekulák nekiütköznek a központi lemeznek és onnan visszapattannak, de itt lép be a gondolatkísérletből származtatott koherencia elve: ha épp megfelelő sebességgel és jó fázisban érkeznek bizonyos molekulák, akkor beléphetnek a forgási tengellyel párhuzamos és a központi forgással koherens keringési pályára. Ezáltal viszont megnövekszik a koherens mozgást végző égitest M tömege és R sugara. Ez a nagyobb sugár pedig lehetővé teszi a szélső gyűrű csatolódását a szomszédos külső gyűrűhöz. Ez az alapja a gömb alakú forgó égitest növekedésének. Az egyenletes sűrűséget az biztosítja, hogy a forrásul szolgáló felhő anyaga is homogén. A növekedési folyamat addig tart, amíg a turbulens gáz anyaga biztosítja az utánpótlást.

7. A nyomás szerepe az égitestek szerkezetében

A gömb növekedése együtt jár a centrumban kialakuló nyomás növekedésével. A nyomás ugyanis – ellentétben az erővel – fokozatosan növekszik a centrum felé haladva, mert ekkor az egyes rétegek súlya összeadódik, hasonlóan ahhoz, ahogy a vízben is annál nagyobb a nyomás, minél mélyebben vagyunk. A centrumban a nyomást a

$$p = \frac{GM}{R} \quad (5)$$

összefüggés adja meg. A Föld esetén ez az érték 350 GPa körül van.

Ha gázzról van szó, akkor a nyomás hatására növekszik a hőmérséklet és a sűrűség a $p \cdot V = \mathbf{R} \cdot T$ törvény szerint, ahol V a térfogat, T az abszolút hőmérséklet Kelvin-fokban, és $\mathbf{R} = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ az általános gázállandó. (Itt \mathbf{R} nem tévesztendő össze a gömb R sugarával!). A koherencia szabálya nem engedi meg, hogy a centrum felé haladva a növekvő nyomás térfogatcsökkenést és ezáltal sűrűsénövekedést okozzon, mert ez megszüntetné a forgási koherenciát. (Figyelem: a koherencia előfeltétele a homogén sűrűség!) Mivel a V érték állandó, így az égitest M/R -rel arányos nyomásnövekedése a hőmérséklet emelkedését idézi elő. A Jupiter esetén 28-szor, a Napnál pedig már 286-szor nagyobb nyomással kell számolni a Földhöz képest. A rendkívül nagy nyomás és magas hőmérséklet a Nap belsejében megindítja a termonukleáris reakciót, melynek során a hidrogénatommagok fúziója héliumot eredményez, szemben a Jupiterrel és Szaturnusszal, ahol ez a folyamat nem jön létre.

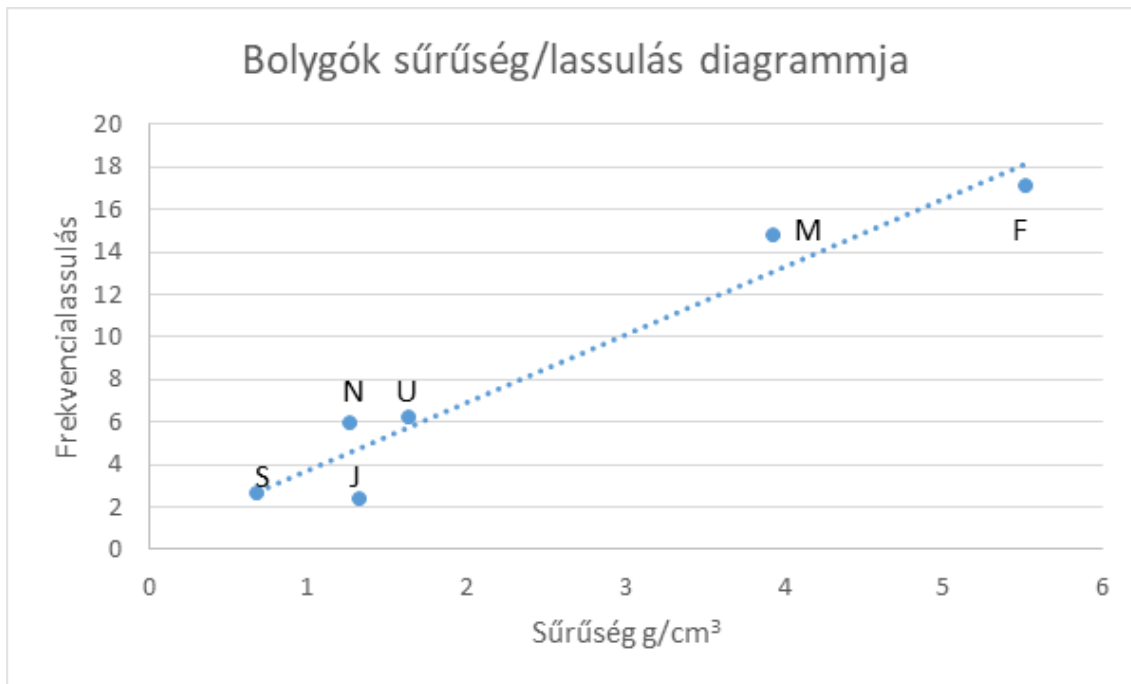
8. A forgási frekvenciák kapcsolata a bolygók sűrűségével

A (4) egyenlet kapcsolatba hozza az ω koherencia-frekvenciát az égitest sűrűségével. De milyen a kapcsolat az egyes bolygók forgási frekvenciája és a koherencia-frekvencia között? Ezt összegezzük az 1. táblázatban,⁴ de kihagyva a két belső bolygót, ahol az árapályjelenség miatt a bolygó forgási sebessége nagymértékben lelassult.

| Bolygó | Fordulat ideje/óra | Koherencia idő/óra | Lassulási arány | Sűrűség g/cm ³ | Lapultság | Tilt szög |
|------------|--------------------|--------------------|-----------------|---------------------------|-----------|-----------|
| Föld | 23,95 | 1,405 | 17,05 | 5,514 | 1/300 | 23,44 |
| Mars | 24,6 | 1,664 | 14,78 | 3,934 | 1/700 | 25,19 |
| Jupiter | 9,92 | 4,168 | 2,38 | 1,326 | 1/15,4 | 3,13 |
| Szaturnusz | 10,55 | 3,981 | 2,65 | 0,687 | 1/10,2 | 26,73 |
| Uránusz | 16,0 | 2,579 | 6,20 | 1,637 | 1/43,6 | 82,23 |
| Neptunusz | 17,23 | 2,927 | 5,89 | 1,271 | 1/58,5 | 28,32 |

1. táblázat. A naprendszer hat bolygójának forgási, sűrűségi és lapultsági adatai

A koherencia-frekvenciához képesti lassulás érthető, hiszen az égitest felépülése után az egyben maradási elősegítik a gravitációs hatást kiegészítő molekuláris kölcsönhatások, ami együtt jár az anyag lokális sűrűségének változásával, illetve növekedésével. A bolygóadatok arra utalnak, hogy lineáris korreláció van a forgási lassulás mértéke és az átlagos sűrűség között.



2. ábra. A bolygók forgási lassulása és sűrűsége közötti kapcsolat (S: Szaturnusz, J: Jupiter, N: Neptunusz, U: Uránusz, M: Mars, F: Föld)

A két gázbolygó esetén a legkisebb a lassulás, ennek duplája a jégbolygóké, de ennél is jóval nagyobb a kőzetbolygóké. Ez világosan tükrözi a halmazállapotok eltérését. A bolygók sűrűsége még a gázbolygóknál is közel van a vízéhez, vagyis kondenzáltak tekinthető, ahol a gázmolekulák távolsága olyan kicsi, ahol már szerepet játszanak a molekulák közötti vonzóerők (Van der Waals-, illetve dipólus-kölcsönhatás). A jégbolygók nagyobb sűrűsége erősebb kölcsönhatásra utal a molekulák között, kőzetbolygókban pedig még tovább növekszik a részecskéket összetapasztó erő, ahol már erős kémiai kötések alakulnak ki az atomok között. A fenti ábra tanulsága, hogy a bolygó alkotóelemeit összekötő energia lassítja a bolygók forgási sebességét. Szintén a bolygók anyagát egybetartó erőkre utalnak a lapultsági adatok, a gázbolygók lapultsága jelentős mértékű, 1/10 körül van, a jégbolygóké 1/50, viszont a kőzetbolygók nagyon enyhén lapultak, nagyságuk 1/500 körül van.

9. Bolygóperdületek

A bolygók forgási sebességének lassulását vizsgálhatjuk az energiamérleg és a perdület szempontjából is. A kötött pályán keringő bolygók a forgás miatt más-más régiójukat mutatják a velük gravitációs csatolásban álló Nap felé. Föld esetén ennek látványos megnyilvánulása a tengervíz emelkedése és süllyedése, az árapályjelenség, bár ebben a Hold fontosabb szerepet játszik, mint a Nap. A víz mozgása során a mechanikai energia részben hőenergiává alakul át az entrópia törvényének megfelelően. Végző soron ez a forgási energia csökkenését okozza, ami a bolygók forgási sebességének lassulásában mutatkozik meg. Az árapályjelenség lassító hatása különösen nagy a Hold esetén, ahol már teljesen leállt a

forgás, és emiatt a Hold mindig ugyanazt az oldalát mutatja felénk. A bolygók közül a Merkúr forgása állt le hasonlóképpen. A forgás lassulása hosszú folyamat, ami jóval intenzívebb volt, amíg nem szilárdult meg a bolygók külső kérge. Ez tükröződik abban, hogy a Földön jelenleg 24 óra hosszúságú a nap, szemben a koherencia elvének megfelelő másfél órával.

A forgás lassulásának van egy perdületi oldala is: hová tűnik el a perdület (az impulzusnyomaték), amikor lelassul a forgás? A bolygók perdületét egyrészt a keringés, másrészt a forgás adja ki, jelöljük a két összetevőt **L** és **S** vektorokkal. Ekkor a teljes **J** perdületet a vektorok összegzési szabálya adja meg (a vektorokat félkövér betűk, a skaláris abszolút értéket dőlt betűk jelölik):

$$J^2 = L^2 + 2\mathbf{L}\mathbf{S} + S^2 = L^2 + 2LS\cos\vartheta + S^2 \quad (6)$$

Itt ϑ az **L** és **S** vektorok közötti szög, az ún. „tilt” szög a bolygó forgási tengelye és a keringési pálya normálisa között, ez megfelel az inklinációs szög pótszögének. A perdület két komponense több nagyságrenddel különbözik, például a Föld esetén a keringési járulék 4,5 milliószor nagyobb, mint ami a forgásból származik. A nagy különbség oka, hogy a keringési sugár több nagyságrenddel haladja meg a bolygó sugarát, a Föld esetén az arány 150 millió a 6378 kilométerhez, és a tehetetlenségi nyomaték az arány négyzetével arányos. A tilt szögnek az a jelentősége, hogy ez határozza meg a forgási-keringési csatolás hatékonyságát, amikor közvetíti a forgási perdületet a keringési perdület felé. Minthogy az utóbbi jóval nagyobb, így a forgás lassulása csak nagyon kevéssel növeli meg a keringési frekvenciát.

A Nap esetén is összehasonlíthatjuk a koherencia-frekvenciát a nap forgási sebességével, itt a lassulás mértéke sokkal-sokkal nagyobb, mint amit a bolygónál láttunk, mert a termonukleáris reakciók beindulása új helyzetet teremt. Itt a gravitációs nyomás olyan nagy, hogy már nem az atomok, hanem az atommagok kapcsolódnak össze a nukleáris erők által. Ennek hatása mutatkozik meg abban, hogy a bolygókhoz képest a forgási sebesség lelassul és a centrifugális erő csak kismértékű lapultságot idéz elő. A forgási perdület elvesztését a Nap esetén is az orbitális perdülettel való csatolás közvetíti, melynek forrása a Nap keringő mozgása a Tejút központja körül.

10. A bolygórendszer kialakulásának körülményei

Hogyan alakult ki a Naprendszer, hogyan csatlakoztak az egyes bolygók a Naphoz?⁴ Nem mehetünk vissza 4 és fél milliárd évvel a múltba, hogy ezt ellenőrizzük, ezért csak néhány spekulatív feltételezést tehetünk. A Nap körüli nyolc bolygó tulajdonságai annyira különböznek, hogy nem valószínű a bolygók egyidejű csatlakozása, sokkal valószínűbb, hogy a Nap Tejútban való kalandozása során különböző helyeken szedte össze bolygóit. Egyedül a Jupiter esetén látszik valószínűnek, hogy ugyanabból a molekuláris felhőből származik, mint a Nap, hiszen közel azonos a sűrűségük (a Napé 1,408 g/cm³), ami valószínűsíti a közös eredetet, ráadásul a Jupiter tilt szöge közel nulla (vagyis a molekuláris felhő turbulenciasíkjához igazodhatott a Jupiter pályasíkja és forgási tengelye). Ugyanakkor a Szaturnusz sűrűsége csak feleakkora, és elég jelentős a tilt szög. Elképzelhető, hogy a Szaturnusz az eredeti felhő maradékából építkezett, amelynek már kisebb volt

a sűrűsége. Lehet, hogy a Szaturnuszt övező gyűrűstruktúra az előbolygó maradéka? Ez ellen szól azonban, hogy újabb megfigyelések szerint a gyűrűk jóval fiatalabbak, mint az égitest maga. Gyökeresen más lehet a három kőzetbolygó és a törpebolygók sokaságának eredete, melyek jelentős mennyiségben magas rendszámú elemet is tartalmaznak. Alighanem olyan környékre is eljuthatott a Nap, ahol egy szupernóva-robbanás törmelékeivel futott össze. Külön története lehet az Uránusznak és a Neptunusznak is, erre utal az Uránusz közel 90 fokos tilt szöge, ami nagyon gyenge keringési-rotációs csatolást jelez. Ezek a jelenségek már túlmutatnak az írásunkban felvetett kérdésen.

Irodalom

1. A tétel eredeti megfogalmazása: Newton, Isaac (1687). *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. London. pp. 193, Theorem XXXI., ennek kisebb kiegészítése: Arens, Richard (January 1, 1990). „Newton's observations about the field of a uniform thin spherical shell.” *Note di Matematica*. X (Suppl. n. 1): 39–45. Érdemes megnézni a Wikipédia rendkívül alapos cikkét is: en.wikipedia.org/wiki/Shell_theorem
2. Alapvető publikációk: Woolfson, M.M. (1993). „Solar System – its origin and evolution.” *Q. J. R. Astron. Soc.* 34: 1–20.; Montmerle, Thierry; Augereau, Jean-Charles; Chaussidon, Marc; et al. (2006). „Solar System Formation and Early Evolution: the First 100 Million Years.” *Earth, Moon, and Planets*. 98 (1–4): 39–95; összefoglaló írás a Wikipédiában: https://en.wikipedia.org/wiki/Nebular_hypothesis
3. Safronov, Viktor Sergeevich (1972). *Evolution of the Protoplanetary Cloud and Formation of the Earth and the Planets*. Israel Program for Scientific Translations. Nauka Press, Moscow.
4. McBride, Neil – Bland, Philip A. – Gilmour, Iain (2004). *An Introduction to the Solar System*. Cambridge University Press. p. 248.